الفصل الخامس

الحالات البسيطة لحركة السائل ذات السطح الحر

ليكن لدينا طبقة مائية سطحية لها غطاء سفلي غير نفوذ وليس لها غطاء علـوي ، فالضغط على سطح هذه المياه سيكون مساوياً الضغط الجوي وسيكون سطحها أفقيـاً وذلك عندما تكون هذه الميـاه في حالـة سكون . لنفـترض بئراً أو قنـاة اخترقـا هـذه الطبقة وقمنا باستخراج الماء منها فلن يبقى سـطح المـاء أفقيـاً ، بـل ستنخفض باتجـاه منطقة الاستثمار . وتسمى حركة المـاء في الطبقـة عنـد هـذه الشـروط بالحركـة ذات السطح الحر ، ويسمى الماء في هذه الحالة سطح انخفاض الضغط .

في الحقول النفطية من الممكن أيضاً وجود حركة نفطية ذات السطح الحر ، عندما يكون الضغط في الطبقة النفطية المنتجة ذات الغطاء العلوي غـير النفّـاذ صغـيراً جـداً ، فلدى استثمار البئر سينخفض المستوى الدينـاميكي للسـائل فيـه عـن مستوى الغطـاء العلوي للطبقة وسينخفض مستوى السائل أيضاً في المنطقة القريبة من البئر بينما سيملأ النفط كل الطبقة في المنطقة البعيدة عن البئر .

إن الشروط المعقدة لحركة النفط ذات السطح الحـر قـد تواجهنـا في الطبقـة لـدى استثمار المكامن الحاوية على قبعة غازية . فقبل البدء بالاسـتثمار يكـون خـط التقـاء النفط بالغاز أفقياً . وعند بدء البئر بالعمل فإن خط التقاء النفط بالغاز (السطح الحـر للنفط) سينحني وسيكون له شكل سطح انخفاض الضغط ويتعلق هذا الإنحناء بدرجـة اختراق الطبقة وبدرجة انخفاض ضغط قاع البئر ... إلخ .

ومـن الطبيعـي أن الضغـط على سطح الانخفـاض لايسـاوي الضغـط الجـوي ، ولنفترض أن الغاز أثنـاء الاسـتثمار لايدخـل إلى البئـر ، فحركـة النفـط عندئـذ يمكـن اعتبارها مستقرة ، والضغط في كل نقاط سطح الانخفاض سيبقى ثابتاً ومســـاوياً

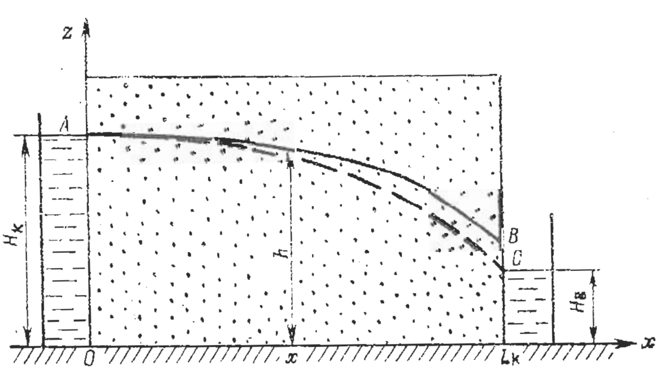
الضغط في القبعة الغازية إذا أهملنا وزن الغاز .

وهكذا فإن دراسة حركة السائل ذات السطح الحر هي ضرورية جداً لحل مشاكل مختلفة في مجالات الهيدروجيولوجيا ومجالات استثمار النفط . كذلك فإن لدراسة حركة السائل ذات السطح الحر أهمية كبيرة لحل مسائل هامة لاستثمار أنواع خاصة من السوائل القيمة ولاستثمار النفط بنظام الجاذبية .

في هذا الفصل سوف نبحث الحالات البسيطة للجريان الارتشاحي للسائل ذات السطح الحر للجريان الأحادي المنتظم والجريان الدائري الشعاعي حسب قانون الارتشاح الخطي وغير الخطي .

٥-١- الجريان الأحادي المنتظم للسائل ذات السطح الحر :

لندرس النظرية التقريبية لجريان السائل المستقر ذات السطح الحر حسب قانون دارسي والتي تسمى نظرية ديوبي - فورغيمر (DUPE - VORGEMER) . ولإجراء مثل هذه الدراسة نفترض أن قناة أفقية اخترقت طبقة سطحية متجانسة حتى الغطاء السفلي لها بحيث تكون موازية لحدود الحوض المائي المفتوح الذي يغذي الطبقة بالسائل . والشكل (٥-١) يوضح الرسم التخطيطي للمسقط العمودي لهذا النوع من الجريان .



شكل (٥-١) : المقطع العمودي للجريان الارتشاحي للسائل ذات السطح الحر إلى القناة المستقيمة

حيث إن : H_k ـ ارتفاع مستوى السائل الستاتيكي عند كونتور التغذية

H_g ـ ارتفاع مستوى السائل الديناميكي في قناة الإنتاج .

L_k ـ المسافة مابين كونتور التغذية وقناة الإنتاج .

٥-١-١- حسب قانون الارتشاح الخطي :

نقوم الآن بإعطاء بعض الافتراضات التقريبية من أجل تبسيط دراسة مثل هذا النوع من الجريان :

١) في الواقع لاتعتبر حركة ذرات السائل ذات السطح الحر إلى القناة المستقيمة حركة أحادية منتظمة ومساراتها غير مستقيمة ، فالسرعة لاتتعلق بمحور احداثي واحد فقط بل بمحورين ، لذلك سوف نفترض أن سرعة الارتشاح في أية نقطة من نقاط المقطع العمودي EM من الطبقة (المقطع يكون موازياً للقناة) متساوية ، حيث نعدُّ أن مسارات الحركة مستقيمة .

٢) إن توزع الضغط عمودياً سيكون حسب القانون الهيدروليكي :

$$H = Z + \frac{p}{\rho g} = H(x, y) \qquad (٥-١)$$

أي أن توزع الضغط لن يكون تابعاً لمحور واحد بل لمحورين ، لذلك سوف نفترض أن الضغط في المقطع العمودي EM ثابت .

لنفترض أن حركة السائل في الطبقة تحقق قانون الارتشاح الخطي ، حيث إن المقطع EM يبعد مسافة (x) عن كونتور التغذية كمافي الشكل (٥-١) وارتفاع النقطة E ، الواقعة على منحني انخفاض الضغط ، عن الغطاء السفلي يساوي h .

لندرس جريان السائل إلى القناة فقط من جهة واحدة(من جهة التغذية ADOF) . لتكن Q إنتاجية القناة للجزء من الطبقة الذي عرضه (a) ، وبالتالي فإن سطح الارتشاح سيكون ($F = a \cdot h$) .

$$Q = F \cdot v = a \cdot h \frac{k\gamma}{\mu}\left(-\frac{dh}{dx}\right) \qquad (٥-٢)$$

حيث إن : $dP = \gamma\, dh$ ـ تغير الضغط لدى تغير المسافة dx .

v ـ سرعة الإرتشاح في المقطع EM .

يمكن كتابة المعادلة (٥-٢) على الشكل التالي :

$$h \cdot dh = -\frac{Q \cdot \mu}{a\,k \cdot \gamma}\, dx \qquad (٥-٣)$$

وبإجراء تكامل لهذه المعادلة عند الحدود $[H_k \to h]$ ، $[0 \to x]$:

$$h^2 - H_k^2 = -\frac{2\,Q\,\mu}{a\,k\,\gamma}\, x \qquad (٥-٤)$$

لتعيين الإنتاجية نكامل المعادلة (٥-٣) عند الحدود $[H_k \to H_g]$ ، $[0 \to L_k]$ فنحصل على مايلي :

$$Q = \frac{a\,k\,\gamma\left(H_k^2 - H_g^2\right)}{2\,\mu\,L_k} \qquad (٥-٥)$$

وبتعويض قيمة Q من المعادلة (٥-٥) في المعادلة (٥-٤) نحصل على :

$$h = \sqrt{H_k^2 - \frac{H_k^2 - H_g^2}{L_k}} \qquad (٥-٦)$$

لنبحث قانون حركة ذرات السائل على طول مسارتها بالإعتماد على المعادلتين (٥-٢) ، (٥-٤) :

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{Q}{a\sqrt{H_k^2 - \frac{2\,Q \cdot \mu}{a\,k\,\gamma}\, x}} \qquad (٥-٧)$$

نعوض قيمة v من المعادلة (٥-٧) في المعادلة (٤-٢) فنحصل على معادلة الزمن التالية :

$$dt = \frac{a \cdot m}{Q} \cdot \sqrt{H_k^2 - \frac{2\,Q\,\mu}{a\,k\,\gamma}\, x}\; dx \qquad (٥-٨)$$

نكامل هذه المعادلة عند الحدود $[0 \to t]$ ، $[x_o \to x]$ فنحصل على المعادلة التالية :

$$t = \frac{a^2 . m . k . \gamma}{3\,Q . \mu}\left[\left(H_k^2 - \frac{2Q . \mu}{a\,k\,\gamma}\, x_o\right)^{3/2} - \left(H_k^2 - \frac{2Q . \mu}{a\,k\,\gamma}\, x\right)^{3/2}\right] \qquad (٥-٩)$$

وإذا عوضنا بدلاً من x بالقيمة L_k نستطيع حساب الزمن اللازم لانتقال ذرة السائل من كونتور التغذية إلى قناة الإنتاج .

ولدى تحليل المعادلات التي حصلنا عليها يمكن أن نسرد الإستنتاجات التالية :

١) من المعادلات (٥-٤) ، (٥-٦) تبين أن منحني انخفاض الضغط يمثل قطعاً زائداً ولكن لايعكس الشكل الحقيقي للجريان .

٢) من المعادلة (٥-٦) نجد أنه عندما يكون $H_g = 0$ عندما $x = L_k$ فإننا نحصل على $h = 0$ أي أن سرعة الارتشاح تكون لانهائية وهذا لايمكن أن يكون فيزيائياً ، وبالتالي فإنه في الواقع يجب أن يكون $h_{x=L} > H_g$ وذلك بمقدار يقابل الارتفاع BC (الشكل ٥-١) وهذا يعني أنه يجب أن يكون لمنحني انخفاض الضغط الشكل ABC وليس AC .

٥-١-٢- حسب قانون الارتشاح غير الخطي :

سنحتفظ هنا بالشروط السابقة نفسها على اعتبار أن الارتشاح يحقق قانون الارتشاح غير الخطي ، عندئذ سنستبدل المعادلة (٥-٢) بالمعادلة التالية :

$$Q = F \cdot v = a\,h\,c\left(-\frac{dh}{dx}\right)^{1/n} \qquad (٥-١٠)$$

حيث إن C ، n - قيم ثابتة وإن $1 \le n \le 2$ ومنه :

$$h^n\,dh = -\left(\frac{Q}{a\,c}\right)^n dx \qquad (٥-١١)$$

ويمكننا الحصول على معادلات منحني انخفاض الضغط والإنتاجية وقانون الحركة بعد مكاملة العلاقة (٥-١١) فمثلاً :

$$Q = a\,c\left[\frac{H_k^{n+1} - H_g^{n+1}}{(n+1)\,L_k}\right]^{1/n} \qquad (٥-١٢)$$

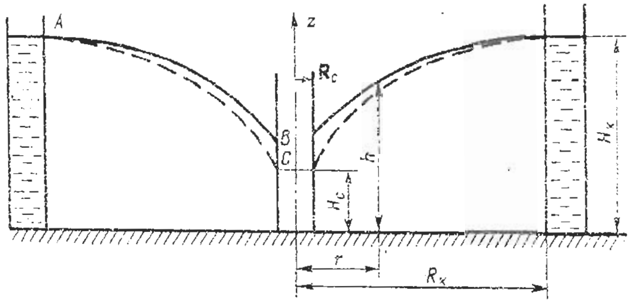
٥-٢- الجريان الدائري الشعاعي للسائل ذات السطح الحر إلى البئر :

لندرس في هذه الفقرة جريان السائل داخل الطبقة إلى البئر العاملة حيث إن هذا الجريان مثال قريب من الجريان الحقيقي لدى استثمار الآبار العاملة في الطبقات الحاوية

لنظام الجريان ذي السطح الحر .

٥-٢-١- الجريان حسب قانون الارتشاح الخطي :

لنفرض أن بئراً تاما هيدروديناميكياً اخترق الطبقة المائية السطحية حتى القاعدة السفلية غير النفاذة في منتصفها وقد أحاط به من كل الجوانب مجال التغذية بالماء على اعتبار شكل الطبقة أسطوانياً وهو موضح بالشكل (٥-٢) :



شكل (٥-٢) مخطط الجريان الدائري الشعاعي للسائل ذات السطح الحر

حيث إن : H_k - ارتفاع مستوى السائل الستاتيكي عند كونتور التغذية ،

H_c - ارتفاع مستوى السائل الديناميكي في البئر العاملة ،

R_k - نصف قطر كونتور التغذية ، R_c - نصف قطر البئر العاملة .

لنفترض أن مجال الجريان الارتشاحي قطع بسطوح أسطوانية عمودية موازية لمحور البئر مع اعتبارأن سرعة الارتشاح في نقاط كل من هذه السطوح المذكورة متساوية ، ومسارات ذرات السائل تمثل ميلاناً بسيطاً مما يمكننا عدّها أفقية . هذه الفرضية تسمح بالتوصل إلى المعادلات اللازمة باستخدام الجريان الدائري الشعاعي .

إن الخط العمودي MW الموضح بالشكل (٥-٢) يمثل إحدى هذه السطوح الأسطوانية المفترضة ذات الارتفاع $h = MW$ والذي يبعد مسافة r عن مركز البئر .

يمكننا حساب إنتاجية البئر Q من خلال هذا السطح عند الجريان الخطي بالمعادلة

التالية مع اعتبار $F = 2\pi r h$:

$$Q = F \cdot v = 2\pi r h \frac{k\gamma}{\mu} \frac{dh}{dr} \qquad (\text{١٣-٥})$$

حيث إن : $dP = \gamma\, dh$ تغير الضغط لدى تغير نصف القطر dr ومنه :

$$h\, dh = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi k \gamma} \frac{dr}{r} \qquad (\text{١٤-٥})$$

نكامل هذه المعادلة عند الحدود $[h \to H_k]$ ، $[r \to R_k]$ فنحصل على مايلي :

$$h^2 = H_k^2 - \frac{Q \cdot \mu}{\pi k \cdot \gamma} \ell n \frac{R_k}{r} \qquad (\text{١٥-٥})$$

نكامل المعادلة (٥-١٤) عند حدود أُخرى حدّية فنحصل على الإنتاجية :

$$Q = \frac{\pi k \gamma \left(H_k^2 - H_c^2\right)}{\mu\, \ell n \frac{R_k}{R_c}} \qquad (\text{١٦-٥})$$

وبتعويض قيمة الإنتاجية هذه في المعادلات (٥-١٣) ، (٥-١٥) نجد :

$$h^2 = H_k^2 - \frac{H_k^2 - H_c^2}{\ell n \frac{R_k}{R_c}} \ell n \frac{R_k}{r} \qquad (\text{١٧-٥})$$

$$v = \frac{Q}{2\pi r h} = \frac{Q}{2\pi r \sqrt{H_k^2 - \frac{Q \cdot \mu}{\pi k \gamma} \ell n \frac{R_k}{r}}} \qquad (\text{١٨-٥})$$

وبتعويض سرعة الإرتشاح من المعادلة (٥-١٨) في المعادلة (٤-٢٧) نكون قد حصلنا على معادلة الحركة :

$$dt = -\frac{2\pi m}{Q} r \sqrt{H_k^2 - \frac{Q \cdot \mu}{\pi k \gamma} \ell n \frac{R_k}{r}}\, dr \qquad (\text{١٩-٥})$$

نكامل هذه المعادلة عند الحدود $[0 \to t]$ ، $[r \to R_o]$ ، ولكن يعتبر تكامل هذه المعادلة صعباً لذلك سنفترض مكاملتها بالطريقة التقريبية التالية :

إن القيمة الموجودة تحت الجذر تمثل قيمة h في نقطة ما من الطبقة والتي نصف قطرها r ، فإذا قسمنا مجال التكامل إلى أجزاء بحيث تتغير h ضمنها تغيراً بسيطاً ،

وبالتالي يمكننا نقل h إلى ماقبل إشارة التكامل ، حيث أننا سنأخذ مجال التكامل $[r_1 \rightarrow r_2]$ ، ولتكن $\bar{h}$ القيمة الوسطية للضخ عند هذا المجال من تغير r :

$$\Delta t = \frac{2 \pi m}{Q} \cdot \bar{h} \int_{r_1}^{r_2} r \, dr \qquad (٥-٢٠)$$

ومنه :

$$\Delta t = \frac{\pi m \bar{h}}{Q} \left(r_2^2 - r_1^2\right) \qquad (٥-٢١)$$

ونتيجة لتحليل هذه المعادلات من أجل هذا النوع من الجريان يمكن الحصول على الاستنتاجات التالية :

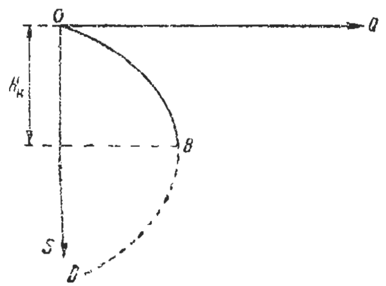
١) إن المعادلات (٥-١٥) ، (٥-١٧) تعين تماماً شكل قمع انخفاض الضغط للسائل ذات السطح الحر . حيث تحدد هذه المعادلات توزع قيم الضخ في الطبقة باعتبار h هو الضخ في نقطة ما من الطبقة والتي تبعد مسافة r عن مركز البئر ، ومن المعادلة (٥-١٧) نجد أن h = cons t عندما يكون r = cons t وبالتالي فإن السطوح الجانبية للمقاطع الأسطوانية تمثل السطوح ذات الضخ المتساوي .

٢) تسمى المعادلة (٥-١٦) بمعادلة ديوبي (DUPY) لحالات الجريان الارتشاحي الدائري الشعاعي للسائل ذات السطح الحر . وهذه المعادلة تبين أن للدليل البياني شكل قطع زائد وهذا موضح بالشكل رقم (٥-٣) . تمثل النقطة B الحد النهائي للعلاقة التي يكون عندها قيمة فاقد الضخ مساوياً $\Delta h = H_k$ أي أنه الحد الأعظمي لإمكانية انخفاض مستوى السائل في البئر (إلى القاع) والتي تقابل الإنتاجية الأعظمية للبئر . لذلك إذا أردنا زيادة الإنتاجية علينا تخفيض مستوى السائل الدنيا ميكي في البئر ، وهذا يؤدي إلى زيادة سرعة الارتشاح وخاصة في المنطقة القريبة من البئر بشكل كبير وبالتالي يمكن أن يحدث انزياح عن قانون الارتشاح الخطي .

ليس للجزء المنقط من المنحني في الشكل (٥-٣) أي معنى فيزيائي ، لأن

مستوى السائل في البئر لايمكن أن ينخفض أدنى من مستوى قاع البئر ، وإنما رسم من أجل فهم الجزء الرئيسي من المنحني OB .

إن العلاقة الموضحة في الشكل (٥-٣) تحقق أيضاً المعادلة (٥-٥) للجريان الأحادي المنتظم للسائل ذات السطح الحرّ إلى القناة المستقيمة لذلك تصلح هذه المناقشة من أجل هذا الجريان أيضاً .



شكل (٥-٣) الدليل البياني للجريان الدائري الشعاعي للسائل ذات السطح الحرّ

٥-٢-٢- الجريان حسب قانون الارتشاح غير الخطي :

لندرس الجريان الارتشاحي الدائري الشعاعي للسائل ذات السطح الحر إلى البئر ، والذي يحقق قانون الارتشاح غير الخطي . حيث سنحتفظ بنفس الفرضيات السابقة مع اعتبار أن حركة السائل في الطبقة تحقق قانون الارتشاح غير الخطي ، عندئذ فبدلاً من المعادلة (٥-١٣) سنستخدم العلاقة التالية :

$$Q = F \cdot v = 2\pi r h C \left(\frac{dh}{dr}\right)^{1/n} : 1 \le n \le 2 \qquad (٥-٢٢)$$

حيث إن : C ، n - ثوابت .

يمكن كتابة هذه المعادلة بالشكل التالي :

$$h^n \, dh = \left(\frac{Q}{2\pi C}\right)^n \frac{dr}{r^n} \qquad (٥-٢٣)$$

نكامل هذه المعادلة عند الحدود $[h \to H_k]$ ، $[r \to R_k]$ فنحصل على المعادلة التالية :

$$h^{n+1} = H_k^{n+1} - \frac{n+1}{n-1}\left(\frac{Q}{2\pi C}\right)^n \left(\frac{1}{r^{n-1}} - \frac{1}{R_k^{n-1}}\right) \qquad (٥-٢٤)$$

وبإجراء التكامل عند الحدود $[H_c \rightarrow H_k]$ ، $[R_c \rightarrow R_k]$ نجد :

$$Q = 2\pi C \left(\frac{n+1}{n+1} \; \frac{H_k^{n+1} - H_c^{n+1}}{\frac{1}{R_c^{n-1}} - \frac{1}{R_k^{n-1}}} \right) \qquad (٥-٢٥)$$

نلاحظ أنه عندما يكون $R_k >> R_c$ وعند قيمة n القريبة من الواحد فإننا نستطيع إهمال العدد $\frac{1}{R_k^{n-1}}$ لصغره بالمقارنة مع العدد $\frac{1}{R_c^{n-1}}$.